Exercices avec solutions http://www.xriadiat.com

PROF : ATMANI NAJIB

Tronc commun littéraire

Leçon1 : Calcul numérique partie5

Correction de la serie : 5 d'éxercices: Identités remarquables

Exercice1: Développement

En utilisant les Identités remarquables développer les produits suivants comme pour les exemples :

Correction :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
$(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2\times3x\times5 + 5^2$ $= 9x^2 + 30x + 25$	$(3x-7)^2 = (3x)^2 - 2\times3x\times7 + 7^2$ $= 9x^2 - 42x + 49$	$(5x-6)(5x+6) = (5x)^2 - 6^2$ $= 25x^2 - 36$
$(7x+8)^2 = 49x^2 + 112x + 64$	$(4x-7)^2 = 16x^2 - 56x + 49$	$(x-3)(x+3) = x^2 - 9$
$(4x+2)^2 = 4x^2 + 16x + 4$	$(6x-1)^2 = 36x^2 - 12x + 1$	$(9x-4)(9x+4) = 81x^2 - 4$
$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$	$(5x-9)^2 = 25x^2 - 90x + 81$	$(6x+5)(6x-5) = 36x^2 - 25$
$(9+5x)^2 = 25x^2 + 90x + 81$	$(2-4x)^2 = 4 - 16x + 16x^2$	$(2+x)(2-x) = 4 - x^2$

Exercice2:factorisations

Factoriser une somme algébrique c'est la transformer en produit.

1/Utilisation des identités remarquables $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$.

Correction :

Somme algébrique à factoriser	Forme reconnue : $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$	Résultat de la factorisation
$4x^2+36x+81$	$= (2x)^2 + 2\times2x\times9 + 9^2$	$= (2x+9)^2$
1/ $25x^2+70x+49$	$=(5x)^2 + 2\times5x\times7 + 7^2$	$=(5x+7)^2$
2/ $12x+9x^2+4$	$=(3x)^2 + 2\times3x\times2 + 2^2$	$=(3x+2)^2$
3/ $25x^2+9-30x$	$=(5x)^2 - 2\times5x\times3 + 3^2$	$=(5x-3)^2$
4/ $9x^2-24x+16$	$=(3x)^2 - 2\times3x\times4 + 4^2$	$=(3x-4)^2$
5/ $9x^2+48x+64$	$=(3x)^2 + 2\times3x\times8 + 8^2$	$=(3x+8)^2$
6/ $x^2-10x+25$	$=(x)^2 - 2\times x\times5 + 5^2$	$=(x-5)^2$

2/Utilisation de l'identité remarquable $a^2 - b^2$ = (différence de deux carrés).

Somme algébrique à factoriser	Forme reconnue : $a^2 - b^2$	Résultat de la factorisation
$4x^2 - 25$	$= (2x)^2 - 5^2$	$= (2x-5)(2x+5)$
1/ x^2-49	$= x^2 - 7^2$	$=(x-7)(x+7)$
2/ $16-x^2$	$=4^2 - x^2$	$=(4-x)(4+x)$
3/ $64x^2-9$	$=(8x)^2 - 3^2$	$=(8x-3)(8x+3)$
$(x-1)^2-36$	$= (x-1)^2 - 6^2$	$= [(x-1)+6][(x-1)-6]$ $= [x-1+6][x-1-6]$ $= (x+5)(x-7)$
5/ $25-(2x+3)^2$	$= 5^2 - (2x+3)^2$	$= [5+(2x+3)][5-(2x+3)]$ $= [2x+3+5][5—3-2x]$ $= (2x+8)(2-2x)$

PROF : ATMANI NAJIB

6/ $(7x-3)^2-(3x+7)^2$	$(7x-3)^2-(3x+7)^2$	**= [7x – 3+(3x +7)] [7x – 3-(3x +7)]** **= [7x – 3+3x +7] [7x – 3-3x -7)]** = (10x +4) (4x – 10)

3/ Utilisation de la distributivité en identifiant un facteur commun : k×a + k×b =

Somme algébrique à factoriser	Forme reconnue : k×a + k×b	Résultat de la factorisation
6x – 15	= **3×**2x - **3×**5	= **3** (2x – 5)
1/ 12 + 3x	= **3**×4 - **3**×x	=**3** (4- x)
2/ x^2+7x	= **x**×x + **x**×7	=**x** (x+7)
3/ 14x – 7	= **7**×2x - **7**×1	=**7** (2x- 1)
4/ $2x-8x^2$	= **x**×2 - **x**×8x	=**x** (2- 8x)
(2x+3)(5x – 7) – (2x + 3)(x – 1)	=**(2x+3)**(5x – 7) – **(2x + 3)**(x – 1)	= **(2x + 3)** [(5x – 7) – (x – 1)] = (2x + 3) [5x – 7 – x + 1] = (2x + 3)(4x – 6)
5/ 7(x – 5) – (x – 5)(9 – 2x)	=7**(x – 5)** – **(x – 5)**(9 – 2x)	= **(x – 5)** [(7 – (9 – 2x)] = (**x – 5**) [7 – 9 + 2x] = (x -5)(-2+2x)
6/ $(2x-3)^2+(2x-3)(x+1)$	=**(2x – 3)** (2x – 3) + **(2x – 3)**(x + 1)	= **(2x - 3)** [(2x – 3) + (x + 1)] = (2x - 3) [2x – 3+x + 1] = (2x - 3)(3x – 2)

Exercice3: Factoriser les expressions suivantes en suivant l'indication

A = (2x-3)(x+1) -5(4x-6) (factoriser (4x-6) puis A) A =(2x-3)(x+1) -10(2x-3) A =(2x-3)(x+1-10) A =(2x-3)(x-9)	B = $16x^2$-1 - (4x-1)(x-3) (factoriser $16x^2$-1 puis B) B = **(4x-1)**(4x+1) -**(4x-1)**(x-3) B = **(4x-1)** (4x+1-(x-3)) B =**(4x-1)** (4x+1-x+3) =**(4x-1)** (3x+4)
C = $18x^2$-50 (mettre 2 en facteur puis factoriser) C = **2(**$9x^2$-25) C =**2((**3x)^2-5²) C = 2(3x + 5)(3x – 5)	D = $(3x+1)(6x-9)-(2x-3)^2$ (factoriser 6x – 9) D = 3 (3x + 1)**(2x – 3)** – **(2x – 3)** (2x – 3) D = **(2x – 3)** (3(3x+1)-(2x-3)) D = **(2x – 3)** (9x+3-2x+3) D =**(2x – 3)** (7x+6)

Exercice4*:* $x \in \mathbb{R}$ développer et calculer et simplifier :

$A=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$ et $B=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\right]^2$

$C=\left(\sqrt{2}+1\right)^3$ $\quad D=\left(3x-2\right)^3$ $\quad E=\left(x+2\right)\left(x^2-2x+4\right)$

$F=\left(200520052006\right)^2-\left(200520052005\times200520052007\right)$

(Lorsque la calculatrice tombe en panne ou ne peut pas calculer)

Correction : $A=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\left(\sqrt{5}\right)^2-2\sqrt{5}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2\right)$

$A=5+2\sqrt{10}+2-\left(5-2\sqrt{10}+2\right)=5+2\sqrt{10}+2-5+2\sqrt{10}-2=4\sqrt{10}$

PROF : ATMANI NAJIB

$B=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\right]^2=\left(\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right)^2=(2-3)^2=(-1)^2=1$

$C=\left(\sqrt{2}+1\right)^3=\left(\sqrt{2}\right)^3+3\left(\sqrt{2}\right)^2\times1+3\sqrt{2}(1)^2+(1)^3=2\sqrt{2}+3\times2+3\sqrt{2}+1$ Donc : $C=5\sqrt{2}+7$

$D=(3x-2)^3=(3x)^3-3(3x)^2\times2+3\times3x\times(2)^2-(2)^3$

$D=27x^3-54x^2+36x-8$

$E=(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=(x+2)\left(x^2-2\times x+2^2\right)=x^3+2^3=x^3+8$

$F=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$

On remarque que les nombres : 200520052006 et 200520052005
Et 200520052007 différent par leurs chiffes des unités
Pour simplifier on pose : $x=200520052006$
Donc : $200520052005=x-1$ et $200520052007=x+1$
Donc : $F=x^2-(x-1)(x+1)=x^2-\left(x^2-1\right)=x^2-x^2+1=1$ Donc : $F=1$

Exercice5*:*Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$

1) $49x^2-81$ 2) 16x² - 8x + 1 3) x^3-8
4) C = (a + 1) (2a - 3) + 6(a + 1) D = $27x^3$ + 1

Correction :1) On regarde l'expression, pour choisir l'identité remarquable à appliquer.
L'expression semble être de la forme : a² - b².
$49x^2-81=(7x)^2-9^2=(7x-9)\times(7x+9)$ il s'agit d'un produit. L'expression est factorisée.
2)16x² - 8x + 1 = (4x) ²-8x+1²=(4x) ²+2×(4x) ×+1=(4x-1) ²
3) $x^3-8=x^3-2^3=(x-2)\ (x^2+2x+2^2)=(x-2)\ (x^2+2x+4)$
4) (a + 1) est le facteur commun.
C = (a + 1)(2a - 3 + 6) Donc C = (a + 1) (2a +3)
5)D = $27x^3$ + 1 -> Il n'y a pas de facteur commun.
-> L'expression semble être de la forme a^3+b^3.
D = $27x^3+1=(3x)^3-1^3=(3x+1)\ ((3x)^2-1(3x)+1^2)$
$=(3x+1)\ (9x^2-3x+1)$
Donc : Méthodes : Pour factoriser une expression, on doit :
- identifier une identité remarquable ou
- identifier un facteur commun

Attention : on ne peut pas toujours factoriser une expression
Exemple :16x² + 8x + 3 = (4x+1) ² + 2 ; cette expression ne peut pas être factorisée sous la forme d'un produit de deux facteurs de degré 1

Exercice6*:*Remplissez les blancs suivants :
$10-4\sqrt{6}=(...-...)^2$ et $4+2\sqrt{2}=(...+...)^2$

Correction :1) $4+2\sqrt{3}=4+2\times\sqrt{3}\times1=3+2\times\sqrt{3}\times1+1=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times\sqrt{3}\times1+(1)^2$ donc : $4+2\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$10-4\sqrt{6}=10-2\times2\times\sqrt{6}=(2)^2+2\times\sqrt{6}\times2+\left(\sqrt{6}\right)^2$ donc : $10-4\sqrt{6}=\left(2-\sqrt{6}\right)^2$

Exercice7:Montrer et utiliser une égalité
1. Montrer que pour tous nombres *a* et *b* de $\mathbb{R}$ on a l'égalité suivante :

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

2. Utiliser cette égalité pour factoriser x^3-8.

Correction : Développer $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ pour vérifier.

2. Avec *a* = *x*, et *b* = 2 : $x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$

Exercice8: Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

$A = 16x^2 - 8x + 1$; $B = 16 - 25x^2$; $C = 1 - (1-3x)^2$

$D = (2x-1)^3 - 8$; $E = 27 + x^3$; $F = x^{12} - 2x^6 + 1$

$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x+1)$ et $G = x^5 + x^3 - x^2 - 1$

Correction : $A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x-1)^2$

$B = 16 - 25x^2 = (4)^2 - (5x)^2 = (4-5x)(4+5x)$

$C = 1 - (1-3x)^2 = 1^2 - (1-3x)^2 = (1-(1-3x))(1+(1-3x))$

$C = (1-1+3x)(1+1-3x) = 3x(2-3x)$

$D = (2x-1)^3 - 8 = (2x-1)^3 - 2^3 =$ On a : $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

Donc : $D = ((2x-1)-2)((2x-1)^2 + (2x-1) \times 2 + 2^2)$

$D = (2x-3)((2x)^2 - 4x + 1 + 4x - 2 + 4) = (2x-3)(4x^2 + 3)$

$E = 27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3+x)(3^2 - 3x + x^2)$

On a : $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab - b^2)$

$E = (3+x)(9 - 3x + x^2)$

$F = (x^6)^2 - 2x^6 + 1 = (x^6)^2 - 2x^6 \times 1 + 1^2 = (x^6 - 1)^2$

$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 = x^3(x^2+1) - (x^2+1) = (x^3-1)(x^2+1)$

$H = x^3 + 1 + 2(x^2-1) - (x+1) = x^3 + 1^3 + 2(x^2 - 1^2) - (x+1)$

$H = (x+1)(x^2 - x + 1^2) + 2(x+1)(x-1) - (x+1)$

$H = (x+1)(x^2 - x + 1 + 2(x-1) - 1) = (x+1)(x^2 - x + 1 + 2x - 2 - 1)$

$H = (x+1)(x^2 + x - 2)$

Exercice9: On considère l'expression suivante où x est un nombre quelconque :

$F = (3x-1)^2 - (3x-1)(2x-6)$

1/Développer puis réduire F.

2/Factoriser F.

3/Développer puis réduire l'expression de F obtenue au 2/.

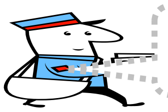
Exercice10: On considère l'expression : G = $(x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$

a) Développer et réduire G.

b) Comment peut-on déduire, sans calculatrice, le résultat de
$99997^2 - 99999 \times 99998$?

2. a) Factoriser l'expression : H = $(7x - 3)^2 - 9$

b) Calculer la valeur de H pour x = $\frac{1}{7}$



<u>Factoriser</u> c'est écrire sous la forme d'un **produit**

PROF : ATMANI NAJIB